



PERÍMETRO DE UN POLÍGONO

- El profesor plantea la siguiente situación:

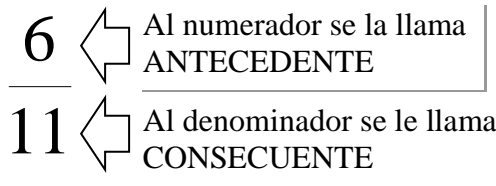
Yuri tiene 6 años y Carol 11 años. Comparamos las edades.

$$\frac{\text{edad de Yuri}}{\text{edad de Carol}} = \frac{6}{11} \leftarrow \frac{a}{b} \text{ toda fracción } \frac{a}{b} \text{ es una razón}$$

- Se presenta el tema:

Razón

Elementos de una razón



Razón inversa

$\frac{6}{11}$ la razón inversa es $\frac{11}{6}$

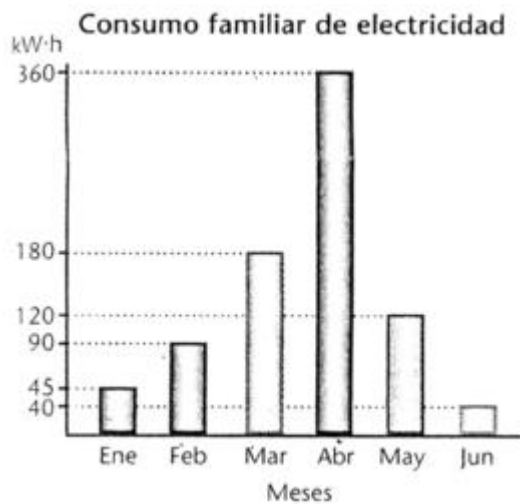
RECUERDA:

El producto entre la razón y su razón inversa es siempre 1.

$$\frac{6}{11} \times \frac{11}{6} = \frac{6 \times 11}{11 \times 6} = 1$$

- Otro ejemplo:

La energía eléctrica tiene un costo:



Observa la gráfica y compara dividiendo las cantidades de energía correspondiente a los meses de febrero y enero, marzo y febrero, abril y marzo, mayo y abril, junio y mayo. ¿Qué observas?



Si de abril a junio ahorraron energía, compara las respectivas cantidades e indica la forma en que disminuyen.

Solución:

Compramos el consumo de energía de dos meses consecutivos.

$$\text{febrero y enero } \frac{90}{45} = 2$$

$$\text{marzo y febrero } \frac{180}{90} = 2$$

$$\text{abril y marzo } \frac{360}{180} = 2$$

De un mes a otro, el consumo de energía eléctrica aumenta al doble.

$$\text{Mayo y abril } \frac{120}{360} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Junio y marzo } \frac{40}{120} = \frac{1}{3}$$

De un mes a otro, el consumo de energía eléctrica disminuye a la tercera parte.

La razón geométrica de dos cantidades es el cociente de ambas. La razón geométrica de a y b es r, si $a \div b = r$, donde a es el antecedente, b el consecuente y r la razón.

También podemos comparar dos cantidades restándolas.

De marzo a abril: $360 - 180 = 180$

El consumo de energía eléctrica se incrementó en 180 kW.h.

De abril a mayo: $360 - 120 = 240$.

El consumo de energía eléctrica disminuyó en 240 kW.h

La razón aritmética de dos cantidades es la diferencia entre ambas.

La razón aritmética de a y b es r, si $a - b = r$.

Ejemplo:

- Si Pedro tiene 4 años de edad; Ana, 12 años; y Juan, 24 años, compara la edad de Ana con la edad de Pedro y con la de Juan.

Solución:**1. Comparamos las cantidades dividiéndolas**

- La razón geométrica de 12 y 4 es $\frac{12}{4} = 3$

Ana tiene el triple de la edad de Pedro.

- La razón geométrica de 12 y 24 es $\frac{12}{24} = \frac{1}{2}$

Ana tiene la mitad de la edad de Juan.



2. Comparamos las cantidades restándolas

- La razón aritmética de 12 y 4 es $12 - 4 = 8$
Ana es mayor que Juan en 8 años.
- La razón aritmética de 12 y 24 es $24 - 12 = 12$
Ana es menor que Juan en 12 años.

En mi institución educativa hay 15 profesoras y 5 profesores.

$$\frac{15 \text{ profesoras}}{5 \text{ profesores}} = \frac{15}{5} = 3 \quad \leftarrow \text{Valor de la razón.}$$

Entonces, el número de profesoras es tres veces el número de profesores.

Definición:

Se llama valor de la razón al cociente entre el antecedente y el consecuente.

Razones equivalentes

La edad de Edú es de 18 años y la de David es 6 años. ¿Cuál es la razón entre la edad de Edú y la edad de David?

Cuando los valores de las razones son iguales se dice que las razones son equivalentes.

$$\frac{\text{Edad de Edú}}{\text{Edad de David}} = \frac{18}{6} = 3 \quad \leftarrow \text{Valor de la razón}$$

$$\frac{15}{5} \text{ es equivalente con } \frac{18}{6}$$

$$\text{y se escribe } \frac{15}{5} \equiv \frac{18}{6}$$

APLICO LO APRENDIDO

1. ¿Cuál es el valor de la razón aritmética 63/17?

- a) 42 b) 46 c) 44 d) 45 e) 43

2. ¿Cuál es el valor de la razón 1/15?

- a) 0,06 b) 0,0666... c) 0,6 d) 0,6 e) 0,60

3. ¿Cuáles son razones equivalentes?

- a) 1/3 y 2/5 b) 2/5 y 5/2 c) 1/2 y 2/5 d) 2/5 y 4/10 e) 1/3 y 5/2

4. Hay una razón que no corresponde

- a) 3/7 b) 6/14 c) 15/34 d) 9/21 e) 12/28

5. Completo el siguiente cuadro:

Razón	Razón inversa
$\frac{1}{3}$	
$\frac{7}{9}$	



$\frac{3}{11}$	
$\frac{8}{15}$	

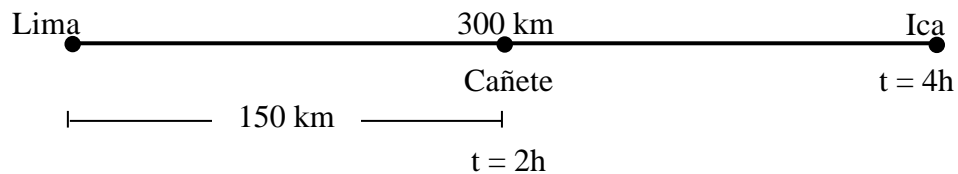
6. La tabla muestra la cantidad de personas que hay en mi I.E. Sor Ana de los Ángeles.

Total de personas	Números de profesores	Número de profesoras	Número de alumnos
740	5	15	720

Escribo la razón entre:

- Número de profesores y el número de profesoras
- Número de profesores (hombres y mujeres) y el número de alumnos.
- Número de alumnos y el número total de personas.
- Número de alumnos y el número de profesores (hombres y mujeres)

Proporción



$$\text{Lima a Ica } \frac{\text{cantidad de km}}{\text{tiempo}} = \frac{300}{4} = 75 \leftarrow \text{Valor de la primera razón}$$

$$\text{Lima a Cañete } \frac{\text{cantidad de km}}{\text{tiempo}} = \frac{150}{2} = 75 \leftarrow \text{Valor de la segunda razón}$$

$$\text{Se puede representar de dos formas: } \frac{300}{4} = \frac{150}{2} \text{ ó } 300 : 4 :: 150 : 2$$

y se lee: 300 es a 4 como 150 es a 2

Definición:

La igualdad entre dos razones da origen a una PROPORCIÓN.


Elementos de una proporción

Dada la proporción $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$

medios: 2 y 4
extremos: 3 y 6

También se expresa así:



extremos 2 y 6 antecedentes 2 y 4
medios 3 y 4 consecuentes 3 y 6

Propiedad fundamental

El producto de los medios es igual al producto de los extremos.

$$\frac{2}{5} = \frac{6}{15} \Rightarrow \underbrace{2 \times 15}_{30} = \underbrace{5 \times 6}_{30}$$

De otra manera.

$$\frac{2}{2} : \frac{5}{5} :: \frac{6}{3} : \frac{15}{3} \Rightarrow \underbrace{2 \times 15}_{30} = \underbrace{5 \times 6}_{30}$$

Aplico lo aprendido

1. Dada la proporción $\frac{2}{9} = \frac{22}{x}$. ¿Cuál es el valor de x?

- a) 77 b) 11 c) 98 d) 88 e) 99

2. ¿Cuál es el valor de x en la proporción $\frac{2}{2} = \frac{x}{\frac{3}{6}}$?

- a) 16 b) 18 c) 36 d) 17 e) 35

Magnitudes directamente proporcionales

1. Rosa va al mercado y encuentra que el kilogramo de palta cuesta S/. 7,00. ¿Cuánto pagará por 10 kg?

Kg de palta	1	10
S/. 7	7	x

$$\frac{1}{7} = \frac{10}{x} \rightarrow x = \frac{7 \cdot 10}{1} = 70$$

Respuesta. Por 10 kg pagará S/. 70,00

Si duplico los kilogramos de palta, también se duplicará el precio.

a) **Construyo la tabla de proporcionalidad**

		+							
		(x2)							
Kg. de pollo	1	2	3	4	5	6	7	8	
S/.	7	14	21	28	35	42	49	56	
		(x2)							
		+							

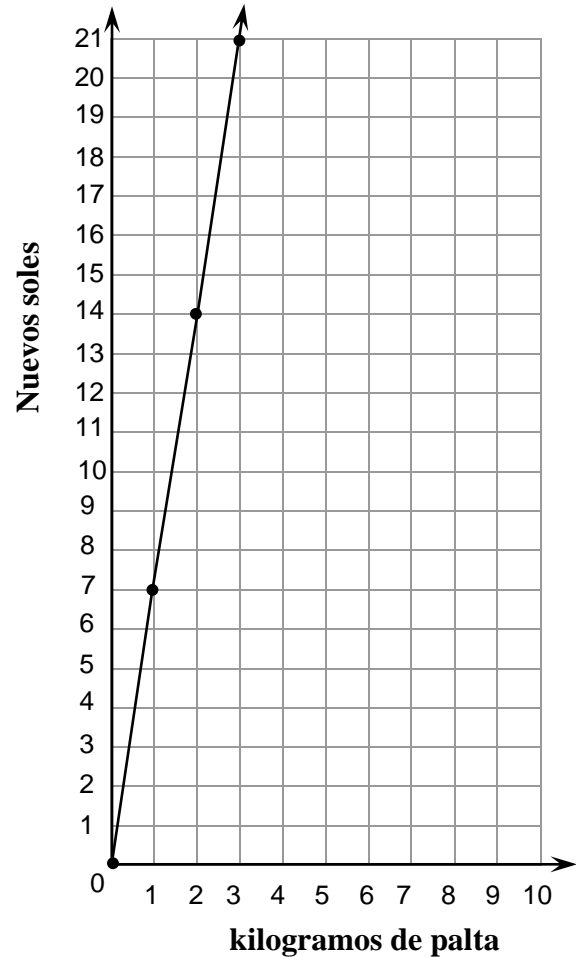

b) Interpreto gráficamente la proporcionalidad

El par ordenado (1 ; 7) indica que por 1kg de palta pago S/. 7,00.

El par ordenado (2 ; 14) indica que por 2kg de palta pago S/. 14.00.

Los pares ordenados (1 ; 7), (2 ; 14), (3 ; 21), ... son la representación gráfica de las razones $1/7$, $2/14$, $3/21$.

kg de palta	Nuevos soles
x	f(x)
1	7
2	14
3	21
x	7x
m	...
m - 2	...



2. Si un cuaderno cuesta dos nuevos soles, dos cuadernos costarán 2×2 , es decir 4 nuevos soles, por tres cuadernos se pagarán 6 nuevos soles, y así sucesivamente.

Por más cuadernos se pagarán más nuevos soles.

El número de cuadernos, es una cantidad directamente proporcional al número de nuevos soles que se paga.

a) Tabla proporcional

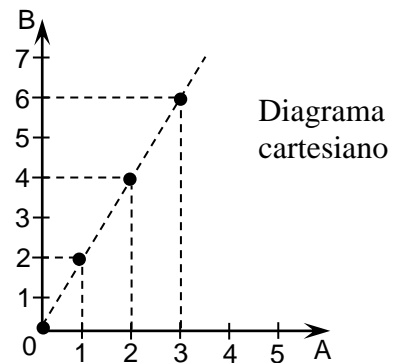
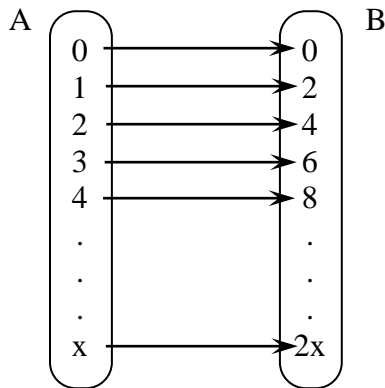
Nº de cuadernos	1	2	3	4	5
Costo S/. 2	2	4	6	...	

Definición



Dos magnitudes están en relación directa, si al aumentar una, la otra también aumenta o si al disminuir una de ellas la otra también disminuye.

b) Grafica de una proporcionalidad directa



APLICO LO APRENDIDO

1. Por un cuento pago S/. 1,50. Completo la tabla de proporcionalidad y hallo $x + y$.

- a) S/. 15,50
- b) S/. 14,50
- c) S/. 14,60
- d) S/. 18,00
- e) S/. 18,50

Nº de cuentos	1	2	10
Nuevos soles	1,50	x	y

2. Una pelota cuesta S/. 7.50. Completo la tabla de proporcionalidad y hallo $y - x$.

- a) S/. 30,00
- b) S/. 15,00
- c) S/. 45,00
- d) S/. 16,00
- e) S/. 15,50

Nº de pelotas	1	2	4
Nuevos soles	7,50	x	y

3. Completa la tabla y hallo $k + 2x - 2y$

		$\xrightarrow{x 2}$	$\xrightarrow{x 2}$	$\xrightarrow{x 3}$
1ra lista	2	4	8	6
2da lista	5	k	x	y
		$\xleftarrow{x 2}$	$\xleftarrow{x 2}$	$\xleftarrow{x 3}$



4. Mapeo la tabla y hallo 3P – (R + 2S)

1ra lista	1	2	3	P
2da lista	1,5	R	S	15

- a) 18 b) 17 c) 19 d) 18,5 e) 16

5. Mapeo la tabla y hallo 2M + 3N + P.

1ra lista	1	2	N	12
2da lista	6	M	24	P

- a) 83 b) 74 c) 6 d) 84 e) 82

6. Mapeo la tabla y halla el valor de

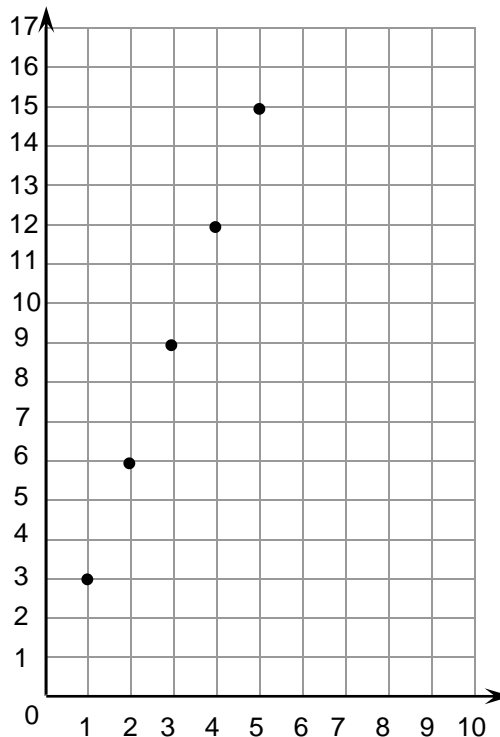
$$I = 2(P - N) - 4 M$$

1ra lista	21	7	14	P
2da lista	M	3	N	12

- a) 7 b) 8 c) 9 d) 10

7. Completa la tabla de proporcionalidad

x	f(x)	(x;f(x))
1	3	(1 ; 3)
2	6	
3	9	
4	12	
5	15	



Los puntos están alineados

CLASES DE PROPORCIONES

a) Proporción geométrica continua

Sea la proporción

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

medios iguales

ó $a : b :: b : c$



Los medios son iguales

b es media proporcional

a es tercia proporcional

c es tercia proporcional

b) Media proporcional

Es cada uno de los términos medios de una proporción geométrica continua.

Hallo la media proporcional entre 1 y 4.

$$\frac{1}{x} = \frac{x}{4}, \quad x^2 = 1 \times 4$$

$$x = \sqrt{4}$$

$$x = 2$$

c) Proporción geométrica discreta

Sea proporción

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

medio
diferentes

←

o $a : b :: c : d$

Todos los términos de esta proporción son diferentes. Cualquiera de sus términos es cuarta proporcional.

d) Tercia proporcional

Sea la proporción

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

a es la tercia proporcional

c es la tercia proporcional entre 32 y 16

$$\frac{32}{16} = \frac{16}{x}$$

$$x = 8$$

APLICO LO APRENDIDO

1.) Hallo la media proporcional entre 1 y 25

- a) 24 b) 5 c) 23 d) 10

2.) Hallo la tercia proporcional entre 1 y 8.

- a) 63 b) 16 c) 60 d) 64

3.) Hallo la media proporcional



Nivel A	Nivel B
a) 1 y 9	a) 0,5 y 8
b) 1 y 36	b) 2 y 12,5
c) 1 y 100	c) 5 y 12,8
d) 1 y 49	d) 0,25 y 25

4.) Hallo la tercia proporcional

Nivel A	Nivel B
a) 1 y 7	a) 0,5 y 2
b) 1 y 5	b) 2 y 5
e) 1 y 8	e) 5 y 8
f) 1 y 10	f) 55 y 5,5

5.) Expresa cada caso como una razón

- a. Por cada 72 pasteles hay 12 cajas
- b. Por cada 8 mesas hay 32 personas
- c. Por cada 80 pollitos hay 5 jaulas
- d. Por cada 27 varones hay 108 mujeres
- e. Por cada 100 personas hay 50 teléfonos

6.) Escribe entre los paréntesis la letra que relaciona las expresiones de ambas columnas Justifica tu respuesta.

- a. Es una razón aritmética () $12 \div 4 = 75 \div 25$
- b. Es una razón geométrica () $12 \times 3 = 9 \times 4$
- c. Es una proporción () $12 - 3$
- d. No es una razón () $3 \div 12$
- e. No es una proporción () 3×12

7.) Halla la razón aritmética y geométrica de:

- a. $1 \frac{3}{5}$ cm y $5 \frac{1}{6}$ cm
- b. $3 \frac{4}{5}$ kg y $4 \frac{1}{2}$ g
- c. $3 \frac{1}{2}$ h y 120 min.
- d. 15h y 1,5 h
- e. 1s y 1 min
- f. 1m y 1 km
- g. 45m^2 y 60m^2

**8.) Escribe en forma de proporción**

- a. 4 es a 5 como 20 es a 25
- b. 45 es a 81 como 180 es a 324
- c. $4 \times 14,5 = a \times 20$
- d. $4 \div a = 0,5$
- e. $0,25 = z \div 2$

9.) Si un número es el triple de otro, ¿cuál es la razón geométrica de ellos?**10.) Halla el valor del término desconocido**

a. $\frac{5}{4} = \frac{30}{n}$

b. $\frac{n}{12} = \frac{55}{60}$

c. $\frac{5}{n} = \frac{30}{12}$

d. $\frac{4}{7} = \frac{n}{35}$

c. $\frac{3 + n}{5} = \frac{8}{10}$

f. $\frac{18 - n}{3} = \frac{28}{6}$

g. $\frac{8}{n} = \frac{n}{2}$

h. $\frac{n}{27} = \frac{3}{n}$

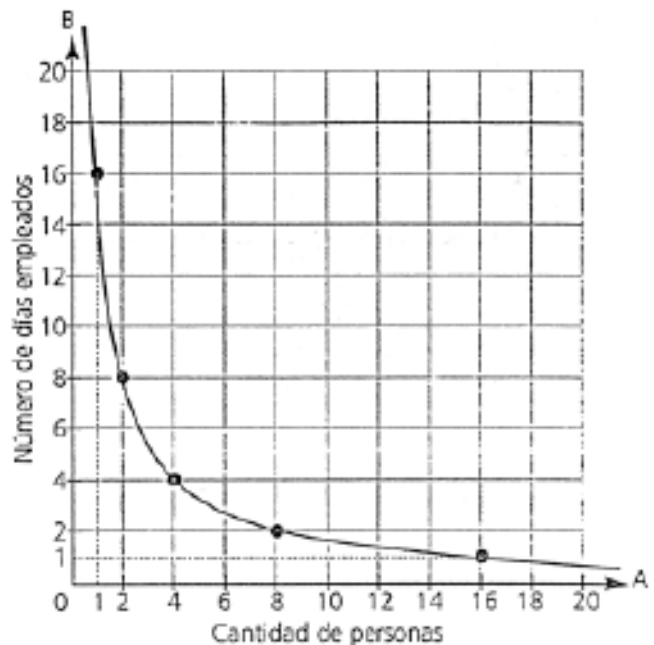
INTERPRETACIÓN GRÁFICA DE MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONALES

Si dos hombres hacen una obra en ocho días; la mitad de hombres, es decir un hombre, lo hará en doble número de días, es decir $2 \times 8 = 16$.

En general, si hay más hombres trabajando, harán la obra en menos días.

El número (a) de hombres es una cantidad inversamente proporcional al número (b) de días empleados en el trabajo, porque si multiplicamos a una de ellas por un número, la otra cantidad (b) queda dividida por el mismo número. Recíprocamente, si dividimos a una de ellas, la otra cantidad queda multiplicada.

Este gráfico recibe el nombre de HIPÉRBOLA.



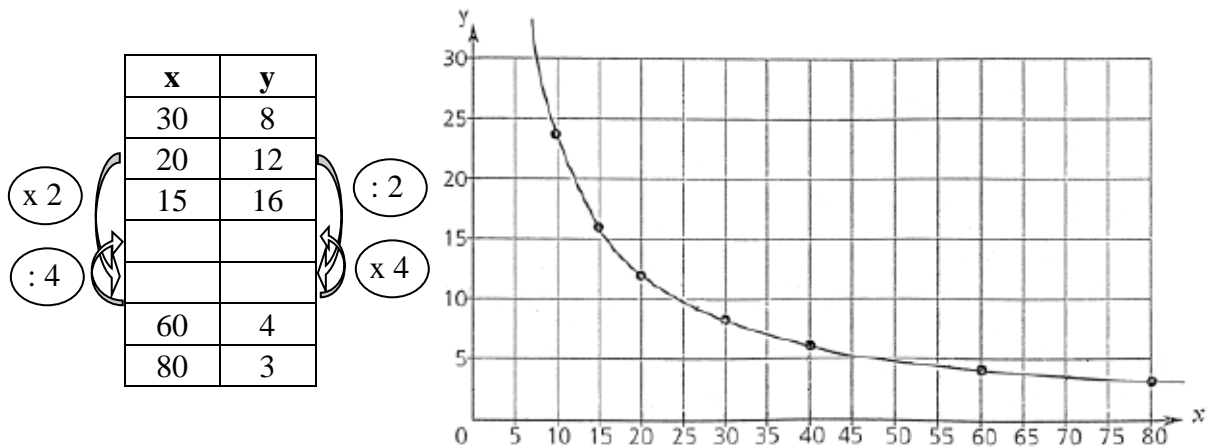


- Haciendo una tabla, tenemos

	$\div 2$	$\times 4$	$\times 2$	$\times 2$	
Nº de personas	2	1	4	8	16
Nº de días	8	16	4	2	1
	$\times 2$	$\div 4$	$\div 2$	$\div 2$	

APLICO LO APRENDIDO

Completo la tabla de proporcionalidad inversa y lo represento gráficamente.



MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONALES

Un grupo de 30 niños se propone ir a la playa, para ello deben llevar 120 gaseosas, correspondiéndole 4 gaseosas a cada uno. El día que salen a la playa se dan cuenta que hay 30 niños más. Si no compran más gaseosas, ¿cuántas gaseosas le corresponde a cada uno?

Completa la tabla

	$\times 2$
Nº de niños	30 60
Nº de gaseosas por niño	4 x
	$\div 2$

Si se duplica los niños, se reduce a la mitad del número de gaseosas por niño.

Respuesta. A cada uno le corresponde 2 gaseosas.



APLICO LO APRENDIDO

1. Completo la tabla con la misma relación

: 2 x 2

Nº de niños	30	60		
Nº de botellas por niño	4	2	x	y

x 2 : 2

2. Si 240 naranjas para 30 niños, y no compran más. Completo la tabla.

x 2 : 4

Nº de niños	30			20	40
Nº de naranjas por niño	8			12	6

: 2 x 4

3. Hay 400 bolitas para 40 niños, y no se compra más. Completa la tabla.

: 2 : 5

Nº de niños	40		4	80	16
Nº de pecanas por niño	10		100	5	25

x 2 x 5

PROPIEDADES DE LA PROPORCIONALIDAD

1. Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ es una proporción, entonces la suma de antecedentes es a la suma de consecuentes, como un antecedente es a su respectivo consecuente.

Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, entonces $\frac{a + c}{b + d} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

Ejemplo:

Si $\frac{1}{2} = \frac{7}{14}$, entonces $\frac{1 + 7}{2 + 14} = \frac{1}{2}$

Si $\frac{1}{2} = \frac{7}{14}$, entonces $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$



2. Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ es una proporción, entonces la diferencia de los antecedentes es a la diferencia de los consecuentes, como un antecedente es a su respectivo consecuente.

$$\text{Si } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \text{ entonces } \frac{a - c}{b - d} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Ejemplo:

$$\text{Si } \frac{12}{15} = \frac{4}{5}, \text{ entonces } \frac{12 - 4}{15 - 5} = \frac{4}{5}$$

$$\text{Si } \frac{12}{15} = \frac{4}{5}, \text{ entonces } \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

APLICO LO APRENDIDO

1) Si $\frac{x}{9} = \frac{y}{27}$, sabiendo que $x + y = 8$. ¿cuál es el valor de x?

- a) 3 b) 4 c) 5 d) 2 e) 6

2) Si $\frac{x}{35} = \frac{y}{7}$, $x - y = 12$. ¿Cuál es el valor de y?

- a) 2 b) 3 c) 4 d) 1 e) 6

3) Si $\frac{x}{5} = \frac{y}{10}$, $x + y = 18$. ¿Cuál es la proporción?

4) Si $\frac{x}{9} = \frac{y}{72}$, $x + y = 9$. ¿Cuál es la proporción?

5) Si $\frac{x}{55} = \frac{y}{11}$, $x - y = 8$. ¿Cuál es la proporción?

6) Si $\frac{x}{70} = \frac{y}{10}$, $x - y = 18$. ¿Cuál es la proporción?

CUARTA PROPORCIONAL

Sea la proporción $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

Se llama cuarta proporcional a cualquiera de los cuatro términos de una proporción geométrica discreta.

Hallo la cuarta proporcional entre 2; 5,5 y 6. Formo la proporción:

$$\frac{2}{5,5} = \frac{6}{x}, \quad x = \frac{(5,5)(6)}{2}$$

$$x = \frac{33}{2}$$

$$x = 16,5$$



Respuesta. La cuarta proporcional es 16,5.

APLICO LO APRENDIDO

1) Hallo la cuarta proporcional entre 0,5; 0,6 y 5

- a) 0,6 b) 0,06 c) 1/6 d) 6

2) Hallo la cuarta proporcional entre 0,1; 5 y 1.

- a) 5 b) 50 c) 0,50 d) 0,05

3) ¿Cuál es la cuarta proporcional entre 0,01; 0,05 y 1?

- a) 1 b) 0,5 c) 5 d) 50

4) ¿Cuál es el valor de x?

$$\frac{\frac{1}{x}}{2 + \frac{1}{3}} = \frac{7}{6}$$

- a) 2 b) 3 c) 4 d) 1

5) ¿Cuál es el valor de y?

$$\frac{\frac{2}{y}}{1 + \frac{1}{10}} = \frac{22}{10}$$

- a) 0,1 b) 0,2 c) 2 d) 1

6) ¿Cuál es el valor de x?

$$\frac{\frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{50}} = \frac{51}{150}$$

- a) 0,2 b) 0,3 c) 3 d) 2